

用于压气机流动计算的 3 种模型比较

王子维¹, 范召林², 江 雄¹, 陈 逸¹

(1. 中国空气动力研究与发展中心 计算空气动力研究所, 四川 绵阳 621000;

2. 中国空气动力研究与发展中心 科技部, 四川 绵阳 621000)

摘 要: 为了更好地对压气机流动进行模拟,在课题组自行开发的结构化有限体积解算器上实现了用于压气机流场计算的混合平面法、谐波平衡法及相滞后法,以 NASA Stage 35 为例,对 3 种方法的计算结果进行了比较分析.结果表明:相滞后法的计算精度最高,混合平面法的计算精度最低;相滞后法与半环的双时间推进法结果相近,计算速度提高了 20 倍;相比混合平面法,谐波平衡法能准确地模拟动静叶间的非定常干涉及进出口参数变化;在谐波阶数达到 5 阶后,谐波平衡法计算得到的结果不随阶数变化,且与相滞后法的结果基本吻合;混合平面法的计算效率远高于另外两种方法,相滞后法与谐波平衡法在谐波阶数为 5 阶时的计算效率相当.

关 键 词: 压气机; 非定常干涉; 混合平面法; 谐波平衡法; 相滞后法

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Comparison among three models for compressor internal flow

WANG Zi-wei¹, FAN Zhao-lin², JIANG Xiong¹, CHEN Ti¹

(1. Computational Aerodynamics Institute,

China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang Sichuan 621000, China;

2. Science and Technology Department,

China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang Sichuan 621000, China)

Abstract: In order to simulate the flow of compressor better, mixing plane method, harmonic balance method and phase lag method for CFD of compressor internal flow were implemented into an in-house finite volume code. Taking NASA Stage 35 compressor model as an example, results of three methods were compared with each other. Result indicates that, phase lag method ranks highest in terms of accuracy and mixing plane method ranks lowest; the result of phase lag method is as accurate as the result of half annulus simulation of the flow with the dual time stepping method, and a factor of 20 speed-up could be achieved; compared with mixing plane method, harmonic balance method can simulate unsteady interference between rotor and stator and global parameters variation in inlet and outlet accurately; when the harmonic order is set more than or equal to 5, the result of harmonic method does not vary with the harmonic order and matches well with the result of phase lag method; computational efficiency of mixing plane is much higher than the other two methods, computational efficiency of phase lag method is nearly equal to harmonic balance method with a harmonic order of 5.

收稿日期: 2015-11-06

作者简介: 王子维(1990—),男,研究实习员,硕士生,主要从事叶轮机械 CFD 研究.

引用格式: 王子维,范召林,江雄,等.用于压气机流动计算的 3 种模型比较[J].航空动力学报,2017,32(5):1195-1206. WANG Zi-wei, FAN Zhaolin, JIANG Xiong, et al. Comparison among three models for compressor internal flow[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(5): 1195-1206.

Key words: compressor; unsteady interference; mixing plane method; harmonic balance method; phase lag method

在当前的航空发动机研究体系中,压气机/风扇已经逐步进入三维设计和分析阶段,因此基于 Navier-Stokes(N-S)方程的三维压气机数值模拟对于压气机的设计和分析来说十分重要.在压气机初始设计阶段,每一轮迭代都会修改几何造型,并进行数值模拟,此阶段需要具有一定模拟精度的快速的数值模拟方法.为了取得好的设计结果,需要进行精细化的数值验证,从而降低试验风险.在可以接受的计算时间和计算条件下,需要选择精度尽可能高的模拟方法.

由于转静子相互运动,多排轴流压气机的流动复杂,数值模拟困难.从当前的研究结果来看,主要采用以下3种计算模型实现多排轴流压气机流动的单通道数值模拟.第1种是用于定常计算的混合平面(mixing plane, MP)法,该方法由 Denton^[1]提出;第2种是双时间步法结合 He^[2]提出的形状修正(shape correction)法,得到的相滞后(phase lag)法;第3种是通过有限傅里叶级数近似非定常流场,结合形状修正法,得到的谐波方法.谐波方法有3种代表算法,分别是由 He 等^[3]提出非线性谐波(nonlinear harmonic)法,由 Hall 等^[4]提出的谐波平衡(harmonic balance, HB)法及由 Gopinath 等^[5]提出的时间频谱(time spectral)法.

张健^[6]在自行开发的代码中实现了混合平面法,并用于多级压气机计算,王雷、刘波等^[7-8]使用商业软件 NUMECA FINE/TURBO 对对转压气机进行了非线性谐波法的计算,马灿等^[9]与杜鹏程^[10]分别在各自开发的代码中实现了谐波平衡法,商业软件 CFX^[11]和 NUMECA^[12]已将相滞后法纳入到非定常模块,可用于计算单级叶轮机.由于谐波方法同时兼顾计算效率和计算精度的特性,吸引了很多技术公司、高校及科研院所的注意,NUMECA 将非线性谐波法纳入计算模块,成为一大亮点;相滞后法在单叶片通道内求解非定常 N-S 方程的方式也大大简化了效率.在国内自主开发程序进行数值模拟方面,马灿将谐波平衡法用于单级二维叶栅的计算,并与传统双时间步法进行对比;杜鹏程将谐波平衡法用于多级压气机计算,并与相滞后法进行对比.

在过去的研究中,已经针对单级叶栅和单级压气机进行了谐波平衡法的模拟,并与非定常结果做了对比.但是,这些研究没有给出将单通道算

法用于工程计算时,如何进行方法选择的参考;没有涉及到谐波平衡法的适用范围以及在压气机不同流动状态下的计算精度;也没有涉及到谐波平衡法在不同叶排中计算结果的分布规律及产生原因.因此,本研究将开展几种压气机计算模型的计算对比,探究单通道的非定常简化算法的原理及内在规律,为压气机流动模拟的工程应用提供参考.研究首先以课题组自行开发的有限体积法解算器为基础,开发了混合平面法、谐波平衡法及相滞后法;然后将3种方法分别用于单级压气机的计算,与商业软件 NUMECA 的计算结果及试验结果进行对比;最后采用 URANS(unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes)方法计算了压气机的半环非定常结果,对3种单通道算法的计算精度及效率进行评价.

1 数值方法

1.1 控制方程

有限体积形式的 N-S 方程如下:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial U}{\partial t} dV + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds = 0 \quad (1)$$

其半离散形式如下:

$$V \frac{\partial U}{\partial t} + R(U) = 0 \quad (2)$$

式(2)就是相滞后法的控制方程,当时间偏导数项为0时,该方程退化为混合平面法的控制方程.

谐波平衡法的控制方程是基于 N-S 方程推导得出,具体过程如下:

首先,将周期性空间流场变量在时间方向上展开成傅里叶级数,并截取级数前 N 阶,形式如下:

$$U = \bar{U} + \sum_{n=1}^N U_{cn} \cos(n\omega t) + U_{sn} \sin(n\omega t) \quad (3)$$

式中 N 为谐波阶数,可设置成任意非负整数, ω 为周期性流动的基础频率,在叶轮机机械的计算中, ω 的计算方法参见文献[13]. $\bar{U}$ 为时均值, U_{cn} 与 U_{sn} 为级数的各阶系数,是与 t 无关的变量,可表示为

$$\tilde{U} = [\bar{U}, U_{c1}, \dots, U_{s1}, \dots]^T \quad (4)$$

将式(4)带入式(3),可表示为

$$\mathbf{U} = [1, \cos(\omega t), \dots, \sin(\omega t), \dots] \cdot \tilde{U} \quad (5)$$

以 $\mathbf{L}$ 表示式(5)等号右边的行向量.

在叶轮机机械应用中,时间上周期性的非定常流动是其一个很重要的特性.利用流动的周期性,

时域上的傅里叶变换可以获得频域上的精度. 如果工程精度可以通过取更小的时间间隔获得, 那么利用此方法将可以明显的减少计算时间.

将一个流动周期 $2N+1$ 等分, 取时间上的离散量, 即各个时间层的物理量, 表达如下:

$$\mathbf{U}^* = [U(t_0 + \Delta t), \dots, U(t_0 + (2N+1)\Delta t)]^T \quad (6)$$

由式(3)可以得到 $\mathbf{U}^*$ 与 $\tilde{\mathbf{U}}$ 之间的关系, 即

$$\mathbf{U}^* = \mathbf{E}^{-1} \tilde{\mathbf{U}} \quad (7)$$

在给定计算参数后, 方阵 $\mathbf{E}^{-1}$ 是确定的. $\mathbf{U}^*$ 的时间偏导数可表示为

$$\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E}^{-1}}{\partial t} \tilde{\mathbf{U}} \quad (8)$$

用方阵 $\mathbf{M}$ 表示方阵 $\mathbf{E}^{-1}$ 对时间的偏导数, 并将上式带入式(2), 结合式(7), 可得到 HB 的控制方程

$$\mathbf{V}(\mathbf{M}\mathbf{E})\mathbf{U}^* + \mathbf{R}(\mathbf{U}^*) = 0 \quad (9)$$

式中 $\mathbf{E} = (\mathbf{E}^{-1})^{-1}$. 此时, 已将非定常方程组转化为 $2N+1$ 个时刻下的定常方程组.

采用伪时间推进法, 以同步的时间推进方式, 求解这 $2N+1$ 个定常方程组

$$\mathbf{V} \frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial \tau} + \mathbf{R}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{V}(\mathbf{M}\mathbf{E})\mathbf{U}^* = 0 \quad (10)$$

1.2 边界条件

1.2.1 周期性边界

1) 周期性边界条件

周期性边界条件用于混合平面法的计算, 其表达式如下:

$$U(x, r, \theta) = U(x, r, \theta + \theta_g) \quad (11)$$

式中 θ_g 为叶片间距.

2) 相滞后周期性边界条件

相滞后周期性边界条件由 Erdos 等^[14]提出, 适用于叶轮机械的计算, 在这里用于谐波平衡法和相滞后法的计算, 其表达式如下:

$$U(x, r, \theta, t) = U(x, r, \theta + \theta_g, t + \Delta t) \quad (12)$$

式中 Δt 为相延迟时间, 其表达式为

$$\Delta t = \frac{\sigma}{\omega} \quad (13)$$

式中 σ 为叶间相位角, 计算方法参见文献[13].

在谐波平衡法的计算中, 将式(3)结合式(4)和式(5), 带入式(12), 可得出相滞后周期性边界条件在谐波平衡法中的形式

$$\mathbf{L}(t) \cdot \tilde{\mathbf{U}}(x, r, \theta) = \mathbf{L}(t + \Delta t) \cdot \tilde{\mathbf{U}}(x, r, \theta + \theta_g) \quad (14)$$

在相滞后法的计算中, 在周期性边界处也采用上述方程, 其对应的 $\tilde{\mathbf{U}}$ 由当前物理时间算起,

往前一个叶片周期内计算的物理时刻上的值得出

$$U_{ck} = \frac{2}{N_p} \sum_{n=1}^{N_p} U(t_n) \cos(k\omega t_n)$$

$$U_{sk} = \frac{2}{N_p} \sum_{n=1}^{N_p} U(t_n) \sin(k\omega t_n) \quad (15)$$

式中 N_p 为一个叶片周期内的物理时间步数.

1.2.2 交界面边界

1) 混合平面边界条件

在混合平面法的计算中, 在交界面边界处给出物理量的周向平均值, 本文采用的周向平均方式为以流量的绝对值为参考量对原始变量进行加权平均

$$q = \sum_i q_i \cdot \text{Abs}(\dot{m}_i) / \sum_i \text{Abs}(\dot{m}_i) \quad (16)$$

2) 拼接边界条件

拼接边界条件用于谐波平衡法和相滞后法的计算.

通过式(7)(谐波平衡法)或式(15)(相滞后法), 结合相滞后周期性边界条件, 可得出全环在任意时刻的物理量的值. 通过空间插值, 可得出当前叶片通道在交界面边界处的值.

1.3 数值工具

计算采用中国空气动力研究与发展中心计算空气动力研究所研发的具有自主知识产权的大型 CFD 并行计算软件 Pmb3d. 在本文的算例中, 在旋转坐标系下求解可压缩 N-S 方程^[15-16], 空间离散采用 Roe 格式, 混合平面法及谐波平衡法的时间离散采用 LU-SGS (lower-upper symmetric Gauss-Seidel) 格式, 相滞后法及 URANS 方法的时间离散采用向后差分格式 (backward difference formula), 湍流模型采用 SA (Spalart-Allmaras) 一方程模型.

2 研究对象

计算对象为 NASA Stage 35 单级压气机^[17], 该压气机是由转子 Rotor35 和静子 Stator35 组成的多级核心压气机中的一级, 其转子、静子叶片数目为 36 和 46, 设计转速为 17 188.7 r/min. 其计算网格如图 1 所示, 转子的网格数为 $73 \times 33 \times 89$, 静子叶排的网格数为 $73 \times 25 \times 101$, 3 个参数从左往右分别为径向、环向和轴向的网格数.

图 1 的单通道网格用于混合平面法、谐波平衡法和相滞后法的计算. 为了进一步校验这 3 种方法的计算结果, 同时考虑到计算资源的限制, 利

用 URANS 方法计算 NASA Stage 35 的半环计算网格. NASA Stage 35 的半环计算网格如图 2 所示,其中转子叶排和静子叶排计算的通道数分别为 18 和 23.



图 1 NASA Stage 35 单通道计算网格

Fig. 1 Single channel computational grid of NASA Stage 35



图 2 NASA Stage 35 半环计算网格

Fig. 2 Half circle computational grid of NASA Stage 35

以下所有的计算都在设计转速下进行. 进口边界条件在轴向进气的前提下给定总温(288.15 K)、总压(101325 Pa);出口边界条件给定叶根静压,并按简化径向平衡方程给出其他叶高的静压.

在给定的网格和边界条件下,首先,通过商业软件和试验的结果对 3 种算法的有效性进行校验;然后,通过 URANS 方法的结果对单通道非定常算法计算非定常流动的精度进行校验.

3 计算结果及分析

3.1 结果验证

采用混合平面法和谐波平衡法计算了 NASA Stage 35 的特性线. 由下文可知,对于当前算例,5 阶谐波平衡法和相滞后法的结果吻合的很好,考虑到计算资源、时间等因素的影响,没有采用相滞后法计算 NASA Stage 35 的特性线.

设计转速下 NASA Stage 35 的数值模拟结果和试验结果的对比如图 3 所示.

图 3 展示了自编程序 Pmb3d 通过混合平面(MP)法和 1,3,5 阶谐波平衡(HB)法的计算结

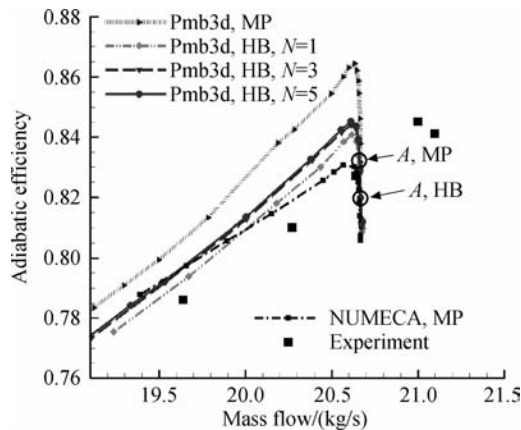


图 3 NASA Stage 35 设计转速下绝热效率特性曲线计算与试验对比

Fig. 3 Comparison of NASA Stage 35 design speed adiabatic efficiency in terms of mass flow between computation and experiment

果,其中谐波平衡法的结果为一个流动周期内流量和绝热效率的平均值;同时展示了通过商业软件 NUMECA 的混合平面法模块在相同的网格和边界条件下的计算结果. 可以看到,自编程序和商业软件计算的堵塞流量基本相同,为 20.7 kg/s,但是与试验结果相差了 0.43 kg/s,差值占试验得到的堵塞流量的百分比为 2%. 在参考文献[18]中也采用 NUMECA 计算了设计转速下 NASA Stage 35 在设计转速下的堵塞流量. 其计算出的堵塞流量为 20.8 kg/s,与本文的计算结果基本相同,同样比试验结果要低一些. 考虑到计算条件的给定和叶片模型与试验情况并不能做到完全一致,同时计算与试验得到的堵塞流量之差占试验结果的比例也很小,这样的误差是可以接受的. 造成计算与试验结果不一致的因素有很多,如数值误差、湍流度的差别、人工黏性以及计算模型. 需要说明的是,在计算 NASA Stage 35 的特性线时,将转子轮毂整个设为了转动部件,与试验的部分转动存在差别. 考虑到计算资源、时间等因素的影响,仅用混合平面法确定计算模型带来的误差.

在计算转动部件占转子轮毂的大小对堵塞流量的影响时,选择图 2 中混合平面法特性线上标出的状态点 A(MP 法)进行分析. 其中,图 2 中的状态点 A(MP 法)与 A(HB 法)对应的反压均为 78000 Pa. 对状态点 A(MP 法)的混合平面法计算结果如图 4 所示. 图 4(a)图为转子轮毂全部设为转动部件的计算结果,图 4(b)和图 4(c)为转子轮毂部分设为转动部件的计算结果,其中图 4(c)的转子轮毂转动部分小于图 4(b).

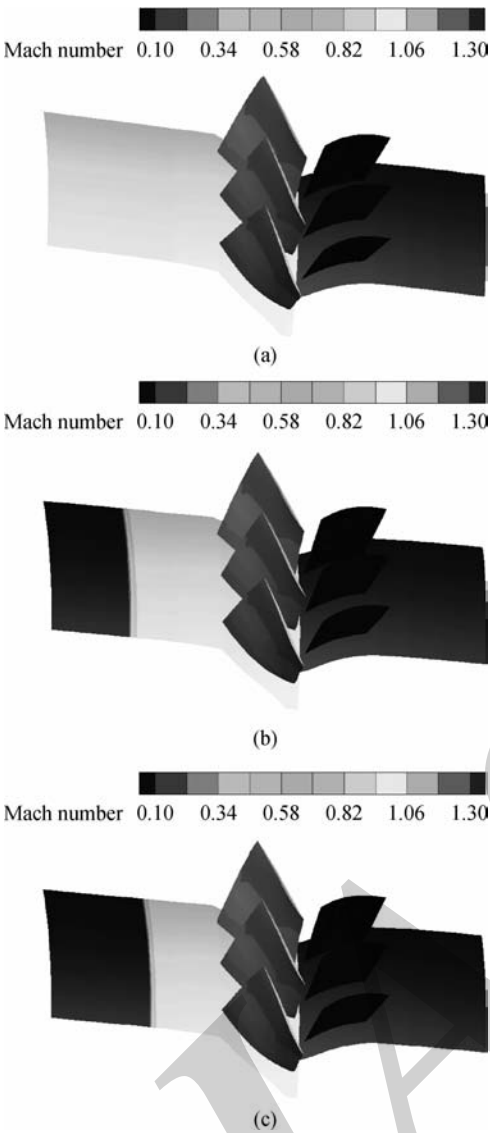


图 4 转子轮毂不同转动范围的马赫数云图
Fig. 4 Mach number distribution with different rotating ranges in rotor hub

由于本文采用的混合平面法的混合策略选取问题,其计算的入口流量和出口流量有些差别.这里选择混合平面法计算的入口流量为评价指标.原因有两条,首先,在堵塞情况下,单级压气机的入口流量只由入口条件决定,而出口流量与转静交界面的处理方式和数值方法关系很大,因此该情况下混合平面法计算的入口流量更可信;其次,由 4 种方法计算的进出口流量对比可知,谐波平衡法和相滞后法的进出口流量匹配很好,同时与 URANS 方法的结果也吻合的很好,这两种方法计算的进出口流量更可靠;同时,谐波平衡法和相滞后法计算的入口流量与混合平面法计算的入口流量相同,这也可以给混合平面法计算的入口流量是可靠的这一结论提供证据.

图 4 对应的 3 种情况下混合平面法计算的入口流量如表 1 所示.

表 1 转子轮毂不同转动范围情况下的堵塞流量
Table 1 Chock massflow with different rotating ranges in rotor hub

转动部件	入口流量/(kg/s)
整个转子轮毂	20.669
较大部分的转子轮毂	20.704
较小部分的转子轮毂	20.712

由表 1 可以看到,随着转动部件范围的减少,堵塞流量逐步增大.这说明将转子轮毂部分设为不转动时,堵塞流量会增大.从理论上分析,在轴向进气的情况下,若是转子轮毂不转,则入口处的附面层方向与主流方向平行;在转子轮毂是转动的情况下,在靠近附面层底端,平行于主流方向的速度很小,而平行于转动方向(垂直于主流方向)的速度相对很大.此时,附面层内的绝对速度方向基本平行于转动方向,即叶根处于大攻角流动,流量变小.

在研究了转动部件占转子轮毂的大小对堵塞流量的影响后,为了校验混合平面法、谐波平衡法和相滞后法,采用 URANS 方法在状态点 A(对应反压为 78 kPa)下计算了 NASA Stage 35 的半环的非定常结果,同时将这几种方法的计算结果进行对比.其中相滞后法在转子转一圈的时间内计算 1656 个时间步.考虑到相滞后法采用了相滞后周期性边界条件,计算稳定性会变差,将其子迭代步数设置为 100 步.采用 URANS 方法进行计算时,选取的物理时间步长与相滞后法相同,其子迭代步数设置为 50 步.同样的,也采用谐波平衡法和相滞后法计算了状态点 A 下的单通道非定常结果.混合平面法、谐波平衡法、相滞后法和 URANS 方法在计算时均将转子轮毂全部设为转动部件,4 种方法的时均或定常结果如表 2 所示.

由表 2 可以看出,在以 URANS 方法的结果

表 2 不同计算方法得到的总体参数
Table 2 Global parameter of different computational methods

参数	计算方法			
	MP	HB, N=5	相滞后法	URANS
入口流量/(kg/s)	20.695	20.694	20.692	20.694
出口流量/(kg/s)	20.937	20.706	20.710	20.685
总压比	1.637	1.621	1.621	1.622
静压比	1.001	0.995	0.995	0.993
总温比	1.179	1.180	1.180	1.182
静温比	1.025	1.027	1.027	1.028
绝热效率	0.843	0.822	0.823	0.814

为参考标准的前提下,5 阶谐波平衡法和相滞后法的结果基本相同,且很接近 URANS 方法的计算结果.混合平面法的计算结果也比较接近 URANS 方法的计算结果,但相比 5 阶谐波平衡法和相滞后法,混合平面法的计算准确度要差一些.

表 3 比较了 4 种方法计算的进出口流量之差的绝对值占进口流量的比例.可以看出,5 阶谐波平衡法、相滞后法和 URANS 方法计算的进出口流量误差已经非常小.混合平面法计算的进出口流量之差相对而言比较大,这可能与混合平面法的混合参数的选取以及周向平均方式有关.本文对混合参数的选取与求解 N-S 时的参数选取基本相同,为密度、速度和压强,唯一的不同之处是这里采用的是柱坐标系下的速度;而采用的周向平均方式为简单的流量平均.由文献[10]可知,不同的周向平均方式对计算结果和计算鲁棒性的影响很大.本文采用的混合策略与混合参数得到的计算结果尽管并不是很好,但是计算的特性线趋势与试验结果是一致的.同时,考虑到主要研究目标为比较混合平面法、谐波平衡法和相滞后法的计算有效性,同时校验单通道非定常算法的计算精度,这里不再对混合平面法的混合策略做进一步的研究和讨论.

表 3 不同计算方法得到进出口流量之差的绝对值占进口流量的百分比

Table 3 Percentage of the absolute value of difference between inlet and outlet mass flow simulated by different computational methods

参数	计算方法			
	MP	HB,N=5	相滞后法	URANS
进出口流量差的绝对值占进口流量的百分比/%	1.169	0.058	0.087	0.044

表 2 中各种计算模型计算的堵塞情况下的进口流量基本相同.加上前面研究了转子轮毂转动部件的范围对堵塞流量的影响,说明可能是计算模型与试验模型之间的差别等原因导致了计算的堵塞流量与试验的堵塞流量之间的差别.同时,由于 NASA Stage 35 工作区间的流量变化范围较小,导致特性图上展示出来的计算流量与试验流量之间差别看起来比较大.基于以上讨论,下面展示的计算流量特性曲线均为采用将流量用堵塞流量无量纲化后得到的结果.

图 5 为将计算流量用堵塞流量无量纲化后的绝热效率-流量特性曲线.可以看到,通过堵塞流量

无量纲化后,CFD 结果与试验结果匹配较好.谐波平衡法的精度高于混合平面法,且谐波阶数越高,计算结果越接近于试验值.随着谐波阶数的增加,计算得到的特性曲线趋于收敛.在近失速段,由于流场的固有周期性被破坏,导致谐波平衡法在该工况下不再适用,其计算精度反而不如混合平面法.

图 6 为将计算流量用堵塞流量无量纲化后的总压比-流量特性曲线,图中 $p_{t,in}$ 、 $p_{t,out}$ 分别表示进、出口总压.谐波平衡法的计算结果随着谐波阶数的增加而趋向于收敛到同一曲线,这一点与绝热效率流量特性曲线相同.同时可以看到,在工作状态附近,谐波平衡法的计算结果好于混合平面

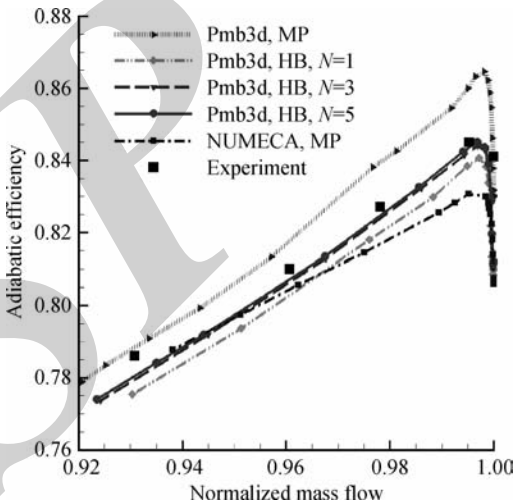


图 5 NASA Stage 35 绝热效率-无量纲流量特性曲线计算与试验对比

Fig. 5 Comparison of characteristic curve of NASA Stage 35 adiabatic efficiency-normalized mass flow between computation and experiment

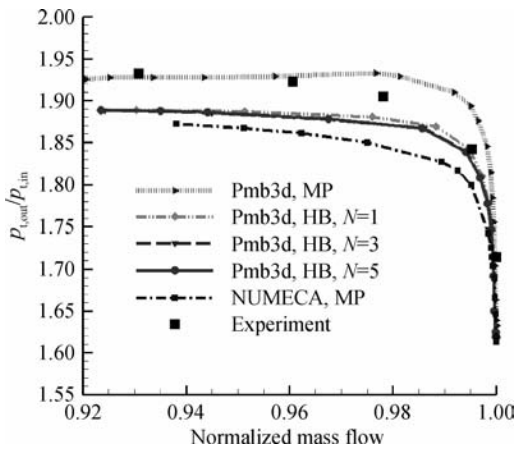


图 6 NASA Stage 35 总压比-无量纲流量特性曲线计算与试验对比

Fig. 6 Comparison of characteristic NASA Stage 35 total pressure ratio-normalized mass flow between computation and experiment

法. 与绝热效率流量特性曲线类似的,在近失速段,谐波平衡法的计算精度不如混合平面法.

通过与试验及 NUMECA 的结果对比,验证了混合平面法及谐波平衡法适用于对压气机流动的模拟. 谐波平衡法的计算精度随谐波阶数的增加而增大;在工作状态附近,谐波平衡法的计算结果优于混合平面法;在近失速段,混合平面法的计算结果优于谐波平衡法.

3.2 流场细节

在堵塞状态下压气机流场内的激波较强,为了验证算法在计算跨声速流场上的能力和有效性,下面展示了反压为 78 000 Pa 时的压气机流场,并比较不同算法计算的流场细节.

图 7 为 NASA Stage 35 在 50% 叶高处在 4750 倍的 URANS 方法物理时间步长对应的时刻的轴向马赫数的等值线分布. 由图可得,混合平面法在转静交界面处的连续性最差;谐波平衡法

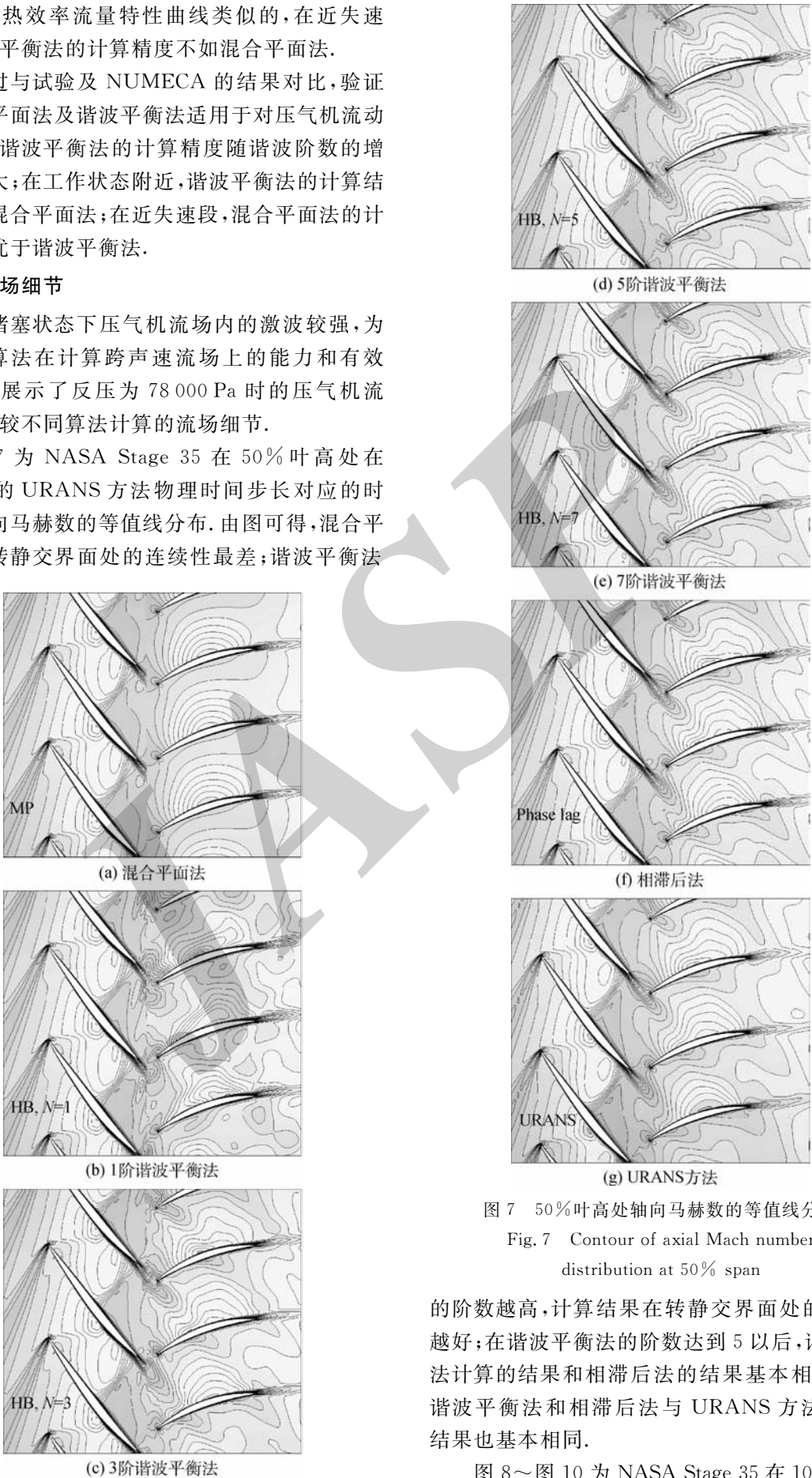
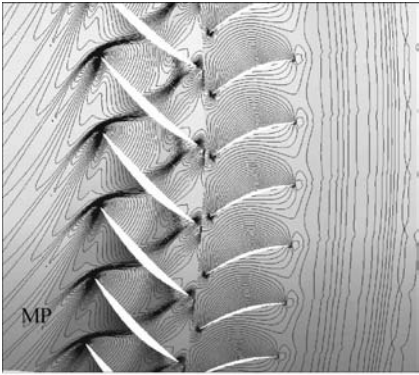


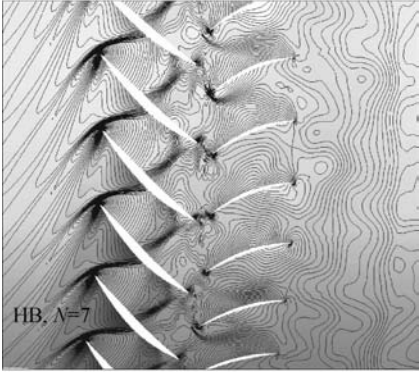
图 7 50%叶高处轴向马赫数的等值线分布
Fig. 7 Contour of axial Mach number distribution at 50% span

的阶数越高,计算结果在转静交界面处的连续性越好;在谐波平衡法的阶数达到 5 以后,谐波平衡法计算的结果和相滞后法的结果基本相同;高阶谐波平衡法和相滞后法与 URANS 方法的计算结果也基本相同.

图 8~图 10 为 NASA Stage 35 在 10%,50%

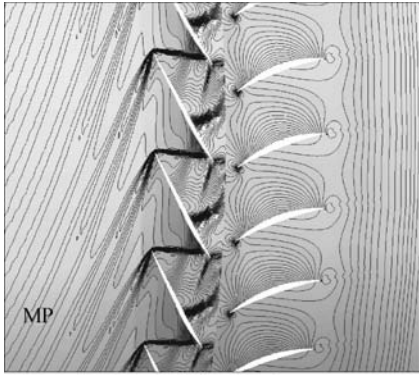


(a) 混合平面法

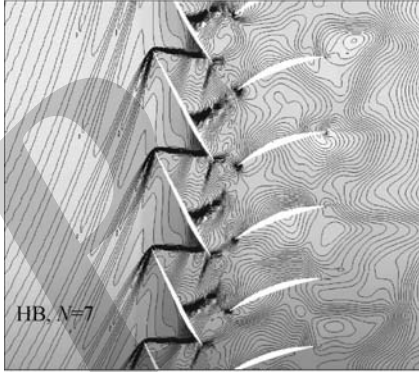


(b) 7阶谐波平衡法

图 8 10%叶高处的瞬时静压的等值线分布
Fig. 8 Contour of instantaneous static pressure distribution at 10% span

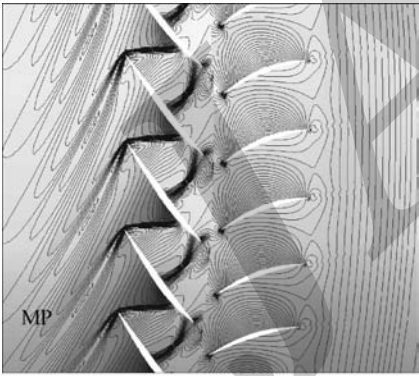


(a) 混合平面法

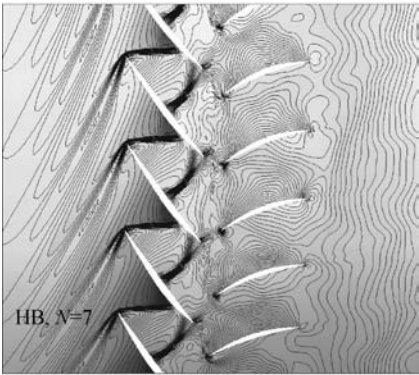


(b) 7阶谐波平衡法

图 10 90%叶高处的瞬时静压的等值线分布
Fig. 10 Contour of instantaneous static pressure distribution at 90% span



(a) 混合平面法



(b) 7阶谐波平衡法

图 9 50%叶高处的瞬时静压的等值线分布
Fig. 9 Contour of nstantaneous static pressure distribution at 50% span

和 90%叶高处在 0.3 倍静叶周期(静叶周期表示静叶通道内的流场变量随时间变化的周期,下同)时刻的瞬时静压的等值线分布. 这里选取了定常和非定常的结果作为对比. 定常结果为混合平面法的计算结果,非定常结果选取 7 阶谐波平衡法的结果为代表.

由图 8~图 10 可以看出,在转子叶排,由于叶片从叶根到叶尖的切向速度越来越大,来流相对转子的速度也越来越大,转子前缘的激波从叶根处的脱体激波转化为叶尖处的斜激波. 从叶根到叶尖,转子后缘的一道正激波越来越强,且激波位置逐渐后移,以至于在叶尖处,动叶后缘的激波被推出了叶片通道.

在图 10 的谐波平衡法的计算结果中,动叶通道的激波正好穿过了转静交界面,导致了转静交界面处的静压梯度很大. 而在谐波平衡法的计算中,转子和静子在转静交界面处通过拼接插值来传递数据. 由于转子和静子在转静交界面处的网格疏密程度不同,加上转静交界面处的静压梯度很大,导致了图 10 中谐波平衡法计算的转静交界面处的静压分布的连续性不是很好.

图 8~图 10 中的激波均较强,这是由于叶根

来流相对超声,反压不大,通道内存在膨胀波而导致.为了进一步说明问题,需要求出转子叶根处的入口相对马赫数.为了消除附面层的影响,通过 10%叶高处的流场计算转子叶根处的入口相对马赫数.该计算状态下 7 阶谐波平衡法计算的 10%叶

高处的相对马赫数分布如图 11 所示, Ma_r 表示相对马赫数.由该马赫数分布得到 10%叶高处转子入口的相对马赫数为 1.133,已经达到了超声速.这也说明了转子流场在 10%叶高处的激波较强的原因.

通过比较 3 种方法计算结果的流场参数分布,包括轴向马赫数和静压,发现 3 种方法在转子叶排的计算的参数分布区别很小,这可以通过分析 7 阶谐波平衡法的各阶频率项的振幅得到解释,NASA Stage 35 在 10%叶高处在谐波阶数为 7 阶时的时均值和 1~7 阶频率项的振幅如图 12 所示,图中 Ma_u 表示轴向马赫数的均值, $Ma_{u1} \sim Ma_{u7}$ 分别表示轴向马赫数第 1 阶主第 7 阶频率项的振幅,这几个参数都是与时间无关的变量,在固连于叶片上的旋转坐标系下的同一个坐标处的值在任意时刻都是相同的.需要注意的是,图中的马

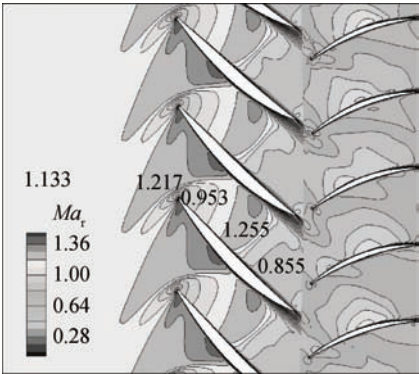


图 11 10%叶高处的相对马赫数分布
Fig. 11 Relative Mach number distribution at 10% span

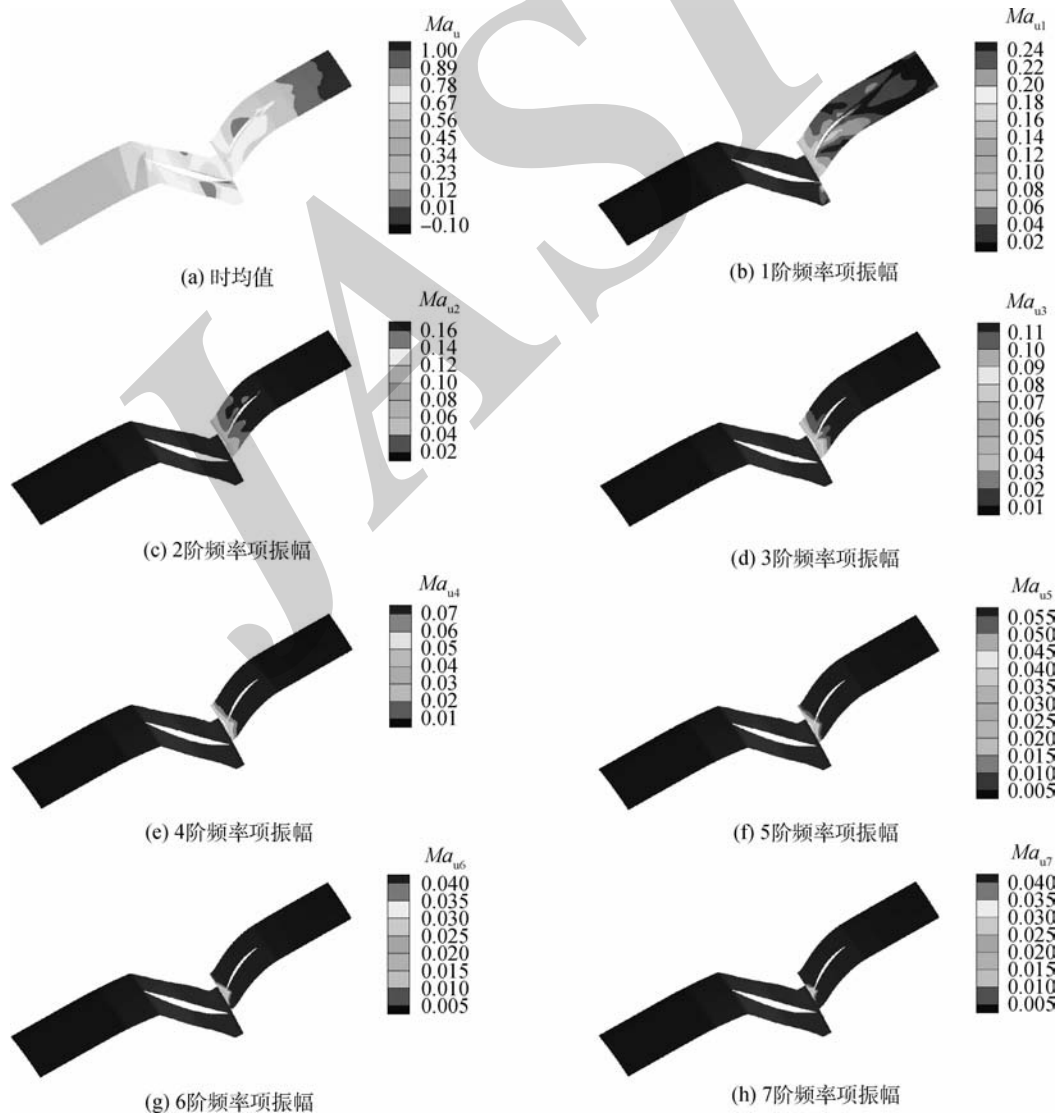


图 12 50%叶高处轴向马赫数的各阶频率项振幅
Fig. 12 Amplitude of axial Mach number each frequency term at 50% span

赫数的数值为轴向速度与来流声速的比值. 考虑到这里讨论的是物理量的相对大小, 因此没有将参考速度改为当地声速.

可以看到, 频率项的最大振幅比时均值的最大值要小得多, 且频率越高, 其振幅越小, 4 阶以后的频率项的最大振幅相比时均值的最大值已经小了一个数量级, 这解释了为什么随着谐波阶数的增加, 计算结果之间的差别越来越小, 并逐渐收敛到一个特定的解; 也解释了高阶情况下谐波平衡法的计算结果与完全非定常计算的相滞后法的计算结果相同的原因, 因为高阶频率项相比时均项可以忽略.

同时, 可以看到上游叶排计算域的频率项很小, 基本为零; 而下游计算域在入口处的频率项振幅相对很大; 这是因为下游的扰动很少传到上游, 而上游转子尾迹的干扰对下游的影响很大. 这也说明了混合平面法、谐波平衡法和相滞后法的计算结果在上游叶排的计算域内差别很小, 在下游叶排的计算域内差别很大的原因.

基于以上分析, 可知谐波平衡法适用于周期性流动, 且要求流动的频率是已知的. 在压气机工作点附近, 叶片的流动频率由叶片通过频率主导, 谐波平衡法的计算是有效的; 在近失速段, 由于叶片失速导致了流动分离, 分离区的流动频率与叶片通过频率不同, 此时谐波平衡法的计算结果与实际流动会有偏差.

3.3 总体参数

出口流量在一个静叶周期内的变化如图 13 所示, 图中横坐标 t/T 表示横坐标上的点对应的时间与一个静叶周期的比值. 这里给出的是是将

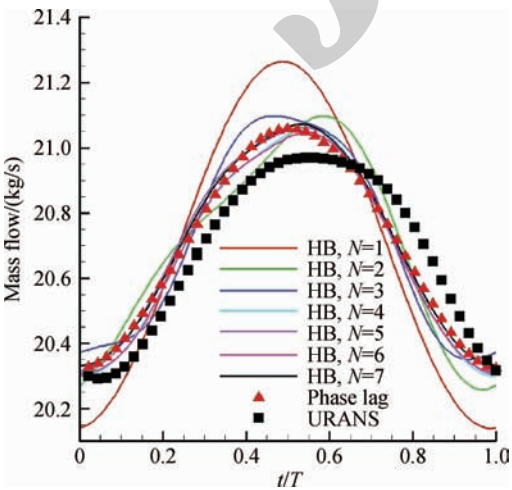


图 13 出口流量在一个静叶周期内的变化
Fig. 13 Outlet mass flow variation in one stator period

一个叶片通道的出口流量乘以出口叶片通道数的结果, 以便于比较分析. 同时, URANS 方法给出的是对应单通道算法采用的那个通道的结果. 当谐波阶数 N 增大到 5 时, 谐波平衡法的出口流量变化与相滞后法的结果基本相同; N 增大到 5 之后, 谐波平衡法的计算的流量分布基本不再变化. 高阶谐波平衡法和相滞后法计算的出口流量变化也与 URANS 方法的结果基本相同.

进出口总压比在一个静叶周期内的变化如图 14 所示. 可以看到, 其变化规律和出口流量的变化规律基本相同. 进一步说明了谐波平衡法计算精度与谐波阶数的关系, 谐波阶数越高, 计算精度越接近非定常方法.

周向平均后的进出口总压比和出口气流角的展向分布如图 15 和图 16 所示. 其中, 7 阶谐波平衡法、相滞后法和 URANS 方法展示的是时均之后的结果. 可以看到, 7 阶谐波平衡法和相滞后法的时均结果与混合平面法的结果基本吻合. 3 种单

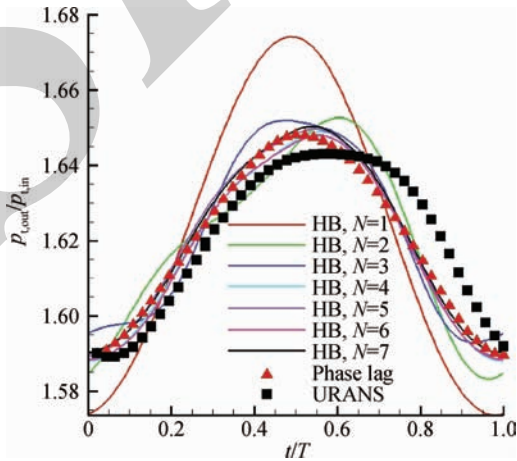


图 14 进出口总压比在一个静叶周期内的变化
Fig. 14 Total pressure ratio between inlet and outlet variation in one stator period

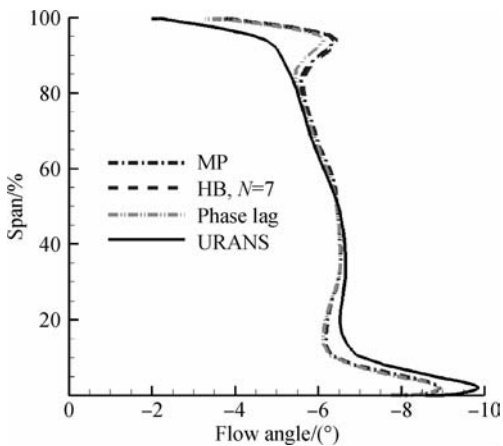


图 15 出口气流角的展向分布
Fig. 15 Span distribution of outlet flow angle

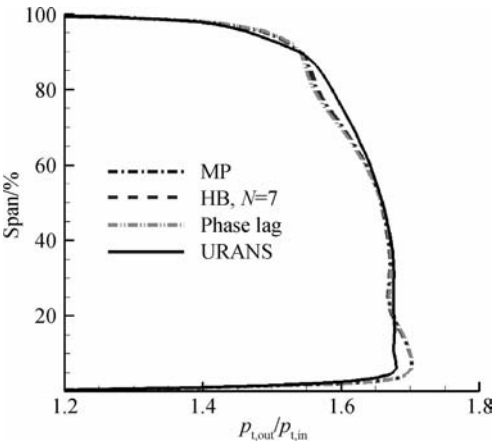


图 16 进出口总压比的展向分布

Fig. 16 Span distribution of total pressure ratio between inlet and outlet

通道算法的计算结果在叶片展向的中部与 URANS 方法的结果吻合得很好,而在靠近叶根和叶尖处与 URANS 方法的结果有些差别.这是因为靠近壁面处,由于附面层的影响,流动的频数与谐波平衡法和相滞后法采用的叶片通过频率有些差别导致.

3.4 计算效率

混合平面法、谐波平衡法、相滞后法和 URANS 方法计算达到收敛需要的 CPU(central processing unit)时间(所有进程的计算时间之和)如图 17 和图 18 所示.其中,图 18 为对数坐标下的示意图.图中,纵坐标表示的是以混合平面法的 CPU 时间无量纲化后的各种计算情况下的 CPU 时间;横坐标表示的是所需求解的定常方程组个数,由于相滞后法和 URANS 方法求解的是非定常方程组,其横坐标对应的值没有意义.在当前统计中,4 种方法计算采用相同的进程数.

由图 17 可得,混合平面法计算需要的时间远少于谐波平衡法和相滞后法,说明虽然混合平面法在计算精度上不如另外两种方法,在计算效率上还是有可取之处的;混合平面法及谐波平衡法的 CPU 时间与需要求解的非定常方程组个数之间有很强的线性相关性;相滞后法的 CPU 时间略大于谐波平衡法中谐波阶数取为 5 时的 CPU 时间.在当前算例中,谐波平衡法在计算效率上并没有相对相滞后方法取得绝对性的优势.这是因为相滞后法采用的是单通道的完全非定常计算,若是采用传统的双时间步法,需要计算多个叶片通道,达到收敛所需要的 CPU 时间会大大增加;其次,在单级单基基础频率的情况下,相滞后法收敛较快,而谐波平衡法在谐波阶数较高的时候收敛不够快.

由图 18 可知,半环 URANS 方法的计算效率比高阶谐波平衡法及相滞后法慢了近 20 倍.这说明谐波平衡法和相滞后法在保持非定常计算精度的情况下能极大的提高非定常计算的效率.

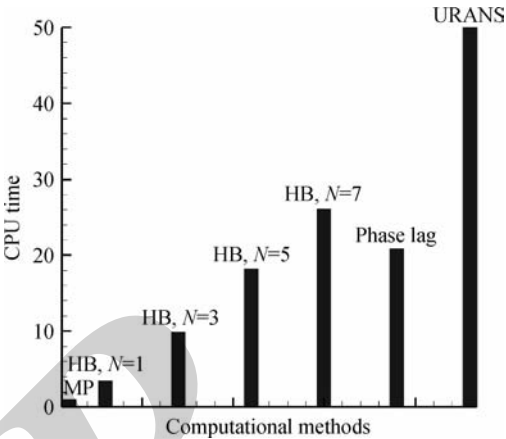


图 17 4 种方法的 CPU 时间

Fig. 17 CPU Time of four methods

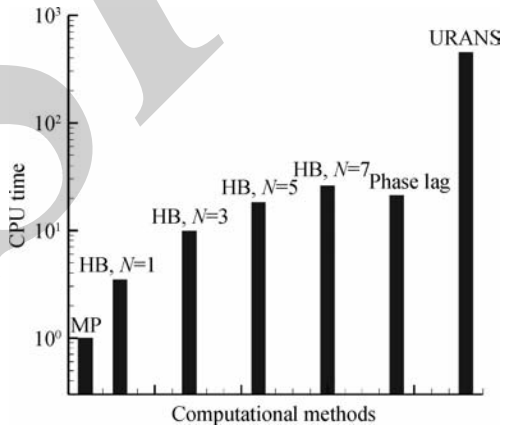


图 18 4 种方法的 CPU 时间(对数图)

Fig. 18 CPU Time of four methods(in logarithm)

4 结 论

基于课题组研发的结构化有限体积代码,将混合平面法、谐波平衡法、相滞后法及 URANS 方法用于单级轴流压气机的计算.其中,采用谐波平衡法计算了谐波阶数为 1~7 的情况.将这 4 种方法与商业软件及试验的结果进行了对比,得出以下结论:

1) 通过与试验结果进行对比,发现谐波平衡法计算精度高于混合平面法,也高于商业软件的计算结果;在近失速段,谐波平衡法计算精度不如混合平面法.

2) 在单通道算法计算的流场细节及转静交界面参数连续性方面,相滞后法的计算结果最好,与 URANS 方法的结果基本相同,能很好地还原压气机非定常流动;混合平面法最差;在谐波阶数

达到5之后,谐波平衡法的计算结果与相滞后法基本相同.在CPU时间方面,达到收敛解时,混合平面法所需的时间最少;谐波平衡法需要的时间与所需求解的定常方程组个数有很强的线性相关性;在以混合平面的计算结果为初场的情况下,相滞后法的计算时间略大于谐波阶数为5的计算时间;URANS方法的计算时间为相滞后法的20倍.

3) 通过对混合平面法和谐波平衡法计算的叶根、叶中到叶尖的瞬时静压的分析,发现了两种方法计算结果在转子叶排差别很小,在静子叶排差别很大;通过对谐波平衡法计算的各阶频率项振幅的分析,解释了上述现象,并解释了高阶谐波平衡法计算结果与相滞后法相同的原因;解释了谐波平衡法的适用范围,同时为使用谐波平衡法进行计算时对谐波阶数的选取提供了依据.

4) 对3种方法的比较分析表明,在主要考虑计算效率的时候,混合平面法的效果最好;在主要考虑计算精度的时候,高阶谐波平衡法和相滞后法的效果相当;谐波平衡法在计算效率和计算精度之间取得了很好的平衡;单通道非定常算法的计算效率远高于URANS方法.

参考文献:

- [1] Denton J D. The calculation of three dimensional viscous flow through multistage turbomachines [J]. *Journal of Turbomachinery*, 1992, 114(1): 18-26.
- [2] He L. An Euler solution for unsteady flows around oscillating blades [J]. *Journal of Turbomachinery*, 1990, 112(4): 714-722.
- [3] He L, Ning W. Efficient approach for analysis of unsteady viscous flows in turbomachines [J]. *AIAA Journal*, 1998, 36(11): 2005-2012.
- [4] Hall K C, Thomas J P, Clark W S. Computation of unsteady nonlinear flows in cascades using a harmonic balance technique [R]. Grenoble: The 9th International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics, and Aeroelasticity of Turbomachines, 2000.
- [5] Gopinath A, Jameson A. Time spectral method for periodic unsteady computations over two-and three-dimensional bodies [R]. AIAA-2005-1220, 2005.
- [6] 张健. 跨声速多级轴流压气机三维流场及气动性能数值模拟研究 [D]. 四川 绵阳: 中国空气动力研究与发展中心, 2014. ZHANG Jian. Research on numerical simulation of 3D flow field and aerodynamic performance of transonic multistage axial compressor [D]. Mianyang Sichuan: China Aerodynamic Research and Development Center, 2014. (in Chinese)
- [7] 王雷, 刘波. 非线性谐波法在对转压气机中的校验分析 [J]. *航空动力学报*, 2012, 27(7): 1448-1455. WANG Lei, LIU Bo. Validation of nonlinear harmonic

method in dual-stage counter-rotating compressor [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(7): 1448-1455. (in Chinese)

- [8] 刘波, 王雷, 黄建. 非线性谐波法在双级对转压气机中的进一步校验 [J]. *航空动力学报*, 2013, 28(6): 1333-1341. LIU Bo, WANG Lei, HUANG Jian. Further validation of nonlinear harmonic method in dual-stage counter-rotating compressor [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(6): 1333-1341. (in Chinese)
- [9] 马灿, 苏欣荣, 袁新. 用于非定常流动的谐波平衡方法研究 [J]. *工程热物理学报*, 2015, 36(4): 739-743. MA Can, SU Xinrong, YUAN Xin. Research on harmonic balance method for unsteady flow simulation [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2015, 36(4): 739-743. (in Chinese)
- [10] 杜鹏程. 叶轮机转静非定常流动建模技术研究 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 2015. DU Pengcheng. Investigation of the modeling methodologies for the rotor-stator unsteady flow interactions in turbomachinery [D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015. (in Chinese)
- [11] Biesinger T, Cornelius C, Rube C, et al. Unsteady CFD methods in a commercial solver for turbomachinery applications [R]. ASME Paper GT2010-22762, 2010.
- [12] NUMECA International. User manual fineTM/turbo v9.0 flow integrated environment [R]. Brussels: NUMECA International, 2013.
- [13] Gerolymos G A, Michon G J, Neubauer J. Analysis and application of chorochronic periodicity in turbomachinery rotor/stator interaction computations [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2002, 18(6): 1139-1152.
- [14] Erdos J I, Alznier E, McNally W. Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage [J]. *AIAA Journal*, 1977, 15(11): 1559-1568.
- [15] 牟斌, 肖中云, 周铸, 等. 直升机旋翼悬停流场的粘性数值模拟 [J]. *空气动力学学报*, 2009, 27(5): 582-585. MOU Bin, XIAO Zhongyun, ZHOU Zhu, et al. Numerical simulation of viscous flow-fields around helicopter rotor [J]. *Journal of Aerodynamic*, 2009, 27(5): 582-585. (in Chinese)
- [16] 肖中云. 旋翼流场数值模拟方法研究 [D]. 四川 绵阳: 中国空气动力研究与发展中心, 2007. XIAO Zhongyun. Investigation of computation modeling techniques for rotor flow fields [D]. Mianyang Sichuan: China Aerodynamic Research and Development Center, 2007. (in Chinese)
- [17] Reid L, Moore R D. Performance of a single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26, respectively, and with design pressure ratio of 1.82 [R]. NASA TP-1338, 1978.
- [18] 薛亮, 韩万金, 黄家骅, 等. 单级压气机气动优化设计 [J]. *推进技术*, 2009, 30(4): 419-424. XUE Liang, HAN Wanjin, HUANG Jiahua, et al. Aerodynamic optimization design of a single stage compressor [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2009, 30(4): 419-424. (in Chinese)